Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 35, No. 6, pp. 1349–1360, 1992
Printed in Great Britain

0017-9310/92 $5.00+0.00
Pergamon Press Ltd

Thermodynamique des réseaux d'échangeurs de chaleur, et possibilités de diminuer le nombre d'échangeurs dans ces réseaux—I. Thermodynamique des réseaux d'échangeurs

C. GUIGLION, L. PIBOULEAU et S. DOMENECH
ENSIGC-URA CNRS 192, Chemin de la loge, 31078 Toulouse Cedex, France

(*Reçu le* 14 *Juin* 1990 *et sous forme finale le* 28 *Juin* 1991)

Résumé—Les auteurs présentent une approche théorique rigoureuse et générale, compte tenu des simplification initialement admises, du problème de la synthèse d'un réseau d'échangeurs de chaleurs. On présente les concepts fondamentaux, en particulier une nouvelle définition rigoureuse des couples limites (ou 'pinchs') assurant l'existence en tout cas d'au moins un couple limite. En vue d'examiner ultérieurement les possibilités de diminuer le nombre d'échangeurs, on fait un inventaire précis des propriétés générales des réseaux à contre-courant. La nouvelle définition des couples limites (ou 'pinchs') conduit à une nouvelle étude des principes de division de la demande (ou 'pinchs principles') imposées par la récupération optimale d'énergie sous une contrainte du type $\Delta T \geqslant e$. On établit que certaines demandes (en réchauffements et refroidissements), que nous qualifierons de 'strictement cohérentes' ne peuvent être satisfaites, sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$ et sans faire appel à des utilités, que dans des réseaux à contre-courant.

1. INTRODUCTION

ON S'INTÉRESSE ici au problème de la synthèse d'un réseau d'échangeurs de chaleurs chargé d'effectuer, en régime permanent, certains réchauffements et refroidissements, en faisant éventuellement appel à des utilités.

Notre objectif principal sera 'étude des possibilités de diminuer, autant que possible, le nombre d'échangeurs d'un réseau permettant de satisfaire la demande (en réchauffements et refroidissements) considérée. Mais on ne peut s'efforcer de diminuer ce nombre d'échangeurs, sans se soucier de ce que deviennent les autres qualités que l'on peut souhaiter à un tel réseau.

Pour une première approche, on peut se contenter de considérer qu'il s'agit de diminuer autant que possible non seulement le nombre d'échangeurs, mais aussi la consommation d'utilités et l'aire d'échange. L'objectif de diminuer la consommation d'utilités peut être remplacé par celui d'augmenter ce que nous appellerons le paramètre de récupération d'énergie du réseau considéré, c'est-à-dire le débit thermique échangé dans le réseau interne. Le réseau interne étant défini comme le sous-réseau du réseau total constitué par les échangeurs qui ne font pas appel aux utilités.

L'aire totale d'échange est le facteur le plus important du coût de fabrication du réseau. Pour limiter cette aire, l'usage est d'imposer la contrainte :

$$\Delta T \geqslant e$$

où ΔT désigne ce que nous appellerons le paramètre d'écart de température du réseau considéré, défini comme la valeur minimum prise par l'écart de température de part et d'autre d'un point de la surface d'échange de ce réseau, lorsque ce point varie sur cette surface, où e désigne une valeur $\geqslant 0$, fixée a priori. Dans la suite, la lettre e désignera toujours la valeur, dont la donnée sera souvent sous-entendue, qui détermine la contrainte $\Delta T \geqslant e$.

Cette contrainte permet d'assurer que l'aire d'échange sera inférieure à :

$$\frac{Q}{K \cdot e}$$

où Q est le débit thermique qui doit traverser la surface d'échange, K est une borne inférieure du coefficient d'échange. Mais il est souvent possible de faire descendre l'aire d'échange (sans diminuer la récupération de l'énergie) nettement au-dessous de ce qui est assuré par le seul respect de la contrainte $\Delta T \geqslant e$; on doit donc s'intéresser aux possibilités d'y parvenir.

Cependant, dans ce travail, l'objectif de diminuer l'aire d'échange sera artificiellement remplacé par celui de diminuer ce que nous appellerons le facteur entropique d'aire d'échange. Facteur (déjà introduit dans [1] sous le nom plus simple de 'facteur d'aire d'échange') défini comme valant l'aire d'échange calculée en prenant arbitrairement un coefficient d'échange égal à l'unité (sa dimension est une entropie par unité de temps). Le rôle que nous ferons jouer à ce facteur se justifie parce qu'il ne dépend pas des coefficients d'échange, et parce que l'aire d'échange vaut le produit de ce facteur par une valeur moyenne des coefficients d'échange concernés.

Il nous semble que ce facteur entropique d'aire d'échange fournit une représentation de l'aire d'échange presque aussi simple et moins grossière que celle fournie par le paramètre d'écart de température ΔT.

NOMENCLATURE

$C(T_F, T_C)$, $C^{-+}(T_F, T_C)$, $C^{+-}(T_F, T_C)$	terme d'un bilan thermique qui s'annule lorsque la contrainte $\Delta T \geqslant e$ est satisfaite
D	débit massique
D	défaut de récupération d'énergie
e	limite inférieure d'écart de température
K	coefficient d'échange
$M(f_1, f_2, e)$	borne inférieure des valeurs prises par $f_1(x_1)+f_2(x_2)$ lorsque x_1 et x_2 varient sous la contrainte $(x_2-x_1) = e$
q	débit thermique variable
q_F, q_C	fonction représentative des réchauffements (resp : refroidissements) demandès
q_F^-, q_C^-	fonctions déduites des fonctions q_F, q_C
$\hat{q}_F, \hat{q}_C$	fonction représentative d'une partie des réchauffements (resp : refroidissements) demandés
Q	débit thermique échangé
Q_F, Q_C	débit thermique consommé (resp : fourni) par les réchauffements (resp : refroidissements) demandés
$Q_R(e)$	débit thermique récupérable sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$
Q_1	débit thermique récupérable sous la contrainte $\Delta T \geqslant 0$
T, T_F, T_C, T_{F1}, T_{C1}, T_{F2}, T_{C2}	températures variables
T_{EF}, T_{SF}	plus basse et plus haute température concernée par les réchauffements demandés
T_{EC}, T_{SC}	plus haute et plus basse température concernée par les refroidissements demandés
ΔT	paramètre d'écart de température d'un réseau
$U_C(T_F)$, $U_C^-(T_F)$	contributions au défaut d'énergie dues à un mauvais emploi des utilités chaudes
$U_F(T_C)$, $U_F^-(T_C)$	contributions au défaut d'énergie dues à un mauvais emploi des utilités froides
$V(T_F, T_C)$, $V^{+-}(T_F, T_C)$, $V^{-+}(T_F, T_C)$	contributions au défaut d'énergie dues à de mauvais croisement
$W(T_F, T_C)$, $W^{+-}(T_F, T_C)$, $W^{-+}(T_F, T_C)$	termes des bilans thermiques dont l'annulation caractérise les couples limites ordinaires (resp : de type 'chaud', de type 'froid')
$W_0(T_F, T_C)$	terme d'un bilan thermique dont l'annulation caractérise les couples limites.

Symboles grecs

Δ	droite de $\mathscr{R}^2$ formée par les couples (T_F, T_C) qui satisfont $T_C - T_F = e$
θ_F, θ_C	fonctions auxiliaires de représentation des réchauffements (resp : refroidissements) demandés
σ	facteur de liberté de choix des couplages.
φ	facteur entropique d'aire d'échange.

Au cours de ce travail, nous serons amenés à approfondir de nombreux points de l'étude thermodynamique que nous avions présenté dans [1, 2]. Comme dans [1, 2], notre but est la constitution d'une théorie rigoureuse et générale des réseaux d'échangeurs de chaleur qui, compte tenu des simplifications sur lesquelles elle est fondée, ne saurait prétendre se substituer à l'art de l'ingénieur, mais qui cherche à lui offrir de solides points d'appui.

Pour ne pas alourdir l'exposé nous avons éliminé presque toutes les démonstrations et quelques développements secondaires. Nous tenons à la disposition du lecteur un texte complémentaire plus détaillé.

2. PRESENTATION DES PRINCIPALES NOTIONS ET NOTATIONS

2.1. *Les fonctions représentatives de la demande*

Nous désignerons (en reprenant la plupart des notations employées dans [1]) :

par q_F la fonction représentative des réchauffements demandés définie sur $\mathscr{R}$, en posant que, pour tout $T_F \in \mathscr{R}$, $q_F(T_F)$ vaut le débit thermique à fournir au total à des courants froids (c'est-à-dire à réchauffer) se trouvant à des températures $\leqslant T_F$;

par q_C la fonction représentative des refroidissements demandés, définie sur $\mathscr{R}$, en posant que, pour tout $T_C \in \mathscr{R}$, $q_C(T_C)$ vaut le débit thermique à prendre au total à des courants chauds (c'est-à-dire à refroidir) se trouvant à des températures $\geqslant T_C$;

par Q_F la valeur maximale prise par $q_F(T_F)$, c'est-à-dire le débit thermique à fournir pour effectuer tous les réchauffements demandés ;

par Q_C la valeur maximale prise par $q_C(T_C)$, c'est-à-dire le débit thermique à prendre pour effectuer tous les refroidissements demandés ;

par T_{EF} et T_{SF}, la plus basse et la plus haute des températures concernées par les refroidissements demandés ;

par T_{EC} et T_{SC}, la plus haute et la plus basse des températures concernées par les réchauffements demandés.

Nous utiliserons les remarques que, en tout cas:

q_F est une fonction croissante (au sens large), continue à droite, ayant un nombre fini (éventuellement nul) de discontinuités à gauche, prenant la valeur 0 pour les valeurs de la variable $< T_{EF}$, et la valeur Q_F pour les valeurs de la variable $\geqslant T_{SF}$;

q_C est une fonction décroissante (au sens large), continue à gauche, ayant un nombre fini (éventuellement nul) de discontinuités à droite, prenant la valeur 0 pour les valeurs de la variable $> T_{EC}$, prenant la valeur Q_C pour les valeurs de la variable $\leqslant T_{SC}$.

Dans les cas les plus simples, où les changements de phase sont exclus et les chaleurs spécifiques sont constantes, les fonctions q_F et q_C sont continues et affines par morceaux.

Chaque fois qu'un gain (respectivement: une perte) de chaleur ne s'accompagne pas d'une variation de température, on aura une discontinuité de la fonction q_F (respectivement: q_C). En principe, un gain ou une perte de chaleur, sans variation de températures, pendant un changement de phase à pression constante, ne peut concerner qu'un corps pur ou un mélange azéotropique.

En pratique, on a souvent affaire, par exemple en distillation, à des changements de phase concernant des mélanges proches de corps purs ou de mélanges azéotropiques. Dès lors, le changement de phase (considéré à composition et pression constantes) est accompagné d'une légère variation de température, et il n'est plus susceptible de provoquer une discontinuité de la fonction q_F ou de la fonction q_C. Mais si la variation de température qui accompagne le changement de phase est suffisamment petite, cela peut être une simplification intéressante de la négliger, à condition, bien entendu, que l'on maitrise parfaitement les problèmes mathématiques spéciaux posés par l'apparition de discontinuités dans les fonctions représentatives de la demande. Cela explique que dans la suite nous accorderons une grande attention aux cas où ces fonctions présentent des discontinuités.

Cela nous amène à utiliser parfois les fonctions q_F^- et q_C^- définies sur $\mathscr{R}$ en posant que, $q_F^-\ (T_F)$ est la limite à gauche de la fonction q_F en T_F, $q_C^-\ (T_C)$ est la limite à droite de la fonction q_C en T_C. En tout cas:

$$q_F^-\ (T_F) \leqslant q_F(T_F)$$

$$q_C^-\ (T_C) \leqslant q_C(T_C).$$

$(q_F(T_F) - q_F^-\ (T_F))$ est le débit thermique pris par des réchauffements à température constante et égale à T_F. $(q_C(T_C) - q_C^-\ (T_C))$ est le débit thermique fourni par des refroidissements à température constante et égale à T_C.

Nous ferons appel aux fonctions q_F et q_C (et éventuellement aux fonctions q_F^- et q_C^-) dans les considérations relatives à la récupération d'énergie. Ce sont à deux autres fonctions: θ_F et θ_C, que nous ferons appel dans les considérations relatives à l'aire d'échange.

Dans le plan déterminé par l'axe des températures et celui des débits thermiques, les fonctions θ_F et θ_C représentent les mêmes courbes que les fonctions q_F et q_C. Mais la variable indépendante qui était la température avec les fonctions q_F et q_C devient le débit thermique avec les fonctions θ_F et θ_C.

Dans le cas particulier où les applications q_F et q_C sont injectives, θ_F et θ_C peuvent être définies comme les applications réciproques des applications q_F et q_C. Dans le cas général, il faut une définition moins simple.

θ_F est la fonction définie sur $[0, Q_F]$ en posant, pour tout q appartenant à cet intervalle, $\theta_F(q)$ est la plus petite des valeurs T_F pour lesquelles:

$$T_F \geqslant T_{EF} \quad \text{et} \quad q_F(T_F) \geqslant q.$$

Cette fonction croît (au sens large) de T_{EF} à T_{SF} lorsque q croît de 0 à Q_F, et elle est continue à gauche.

θ_C est la fonction définie sur $[0, Q_C]$ en posant, pour tout q appartenant à cet intervalle, $\theta_C(q)$ est la pluspetite des valeurs T_C pour lesquelles:

$$T_C \geqslant T_{SC} \quad \text{et} \quad Q_C - q_C^-\ (T_C) \geqslant q.$$

Cette fonction croît (au sens large) de T_{SC} à T_{EC} lorsque q croît de 0 à Q_C, et elle est continue à gauche.

2.2. *L'opérateur mathématique M et l'évaluation de l'énergie récupérable sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$*

Comme dans [1], nous désignerons par M l'opérateur mathématique tel que $M(f_1, f_2, a)$ est défini lorsque f_1 et f_2 sont des applications de $\mathscr{R}$ dans $\mathscr{R}$ a est un élément de $\mathscr{R}$ et vaut alors la borne inférieure des valeurs prises par: $f_1(x_1) + f_2(x_2)$; lorsque x_1 et x_2 varient sous la contrainte: $x_2 - x_1 = a$.

En particulier $M(q_F, q_C, e)$ vaut, comme cela a été rigoureusement démontré dans [1], l'énergie récupérable sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$, c'est-à-dire la valeur maximum de Q: débit de chaleur échangée dans le réseau interne, sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$. Dans la suite, cette valeur sera parfois désignée par $Q_R(e)$, c'est-à-dire que l'on pose:

$$Q_R(e) = M(q_F, q_C, e).$$

La valeur $Q_R(0) = M(q_F, q_C, 0) = \text{Min}\,(q_F + q_C)$ est la valeur maximum que peut prendre le débit thermique échangé dans le sous-réseau interne d'un réseau effectuant la demande considérée. Nous le désignerons souvent par le symbole: Q_I, et nous l'appellerons énergie récupérable.

Δ désignera la droite de $\mathscr{R}^2$ formée par l'ensemble de couple (T_F, T_C) tel que $T_C - T_F = e$. $M(q_F, q_C, e)$ peut être alors défini comme la borne inférieure des valeurs que peut prendre la somme: $q_F(T_F) + q_C(T_C)$, lorsque (T_F, T_C) décrit la droite Δ.

A propos de l'évaluation de $M(q_F, q_C, e)$, notons un résultat, lié avec l'emploi des fonctions q_F et q_C, qui n'avait pas été signalé dans [1] et qui nous servira ultérieurement. Pour toute valeur attribuée à e et pour toute demande :

$$M(q_F^{=}, q_C, e) = M(q_F, q_C, e) = M(q_F, q_C^{=}, e).$$

Par contre, il est facile de construire des exemples qui montrent que $M(q_F^{=}, q_C^{=}, e)$ peut être différent de $M(q_F, q_C, e)$.

2.3. *Demandes cohérentes et réseaux autonomes*

Nous dirons qu'une demande est cohérente pour ce qui est de réchauffements (respectivement : refroidissements) lorsqu'elle peut être satisfaite, en respectant la contrainte $\Delta T \geqslant e$, sans faire appel à des utilités chaudes (respectivement : froides).

Nous dirons qu'elle est semi-cohérente, lorsqu'elle est cohérente pour ce qui est des réchauffements ou pour ce qui est des refroidissements (l'un n'excluant pas l'autre). Nous dirons qu'elle est cohérente lorsqu'elle l'est à la fois pour ce qui est des réchauffements et pour ce qui est des refroidissements.

Ces quatre notions sont relatives à la valeur attribuée à e.

Même si l'on n'a pas d'abord affaire au cas d'une demande cohérente, on y sera ensuite ramené lorsqu'il s'agira soit de synthétiser le réseau interne après avoir fixé les fractions des réchauffements demandés et les fractions des refroidissements demandés qui lui seront confiées, soit de synthétiser le réseau total après avoir fixé les réchauffements que devront subir les utilités froides et les refroidissements que devront subir les utilités chaudes.

Cela explique que nous accorderons une grande importance à l'étude des demandes cohérentes. Etude qui permet de se passer de la considération d'utilités.

Pour que la demande considérée soit cohérente pour ce qui est de réchauffements (respectivement : refroidissements), il faut et il suffit que $M(q_C, q_F, e)$ soit égal à Q_F (respectivement : Q_C) ce qui implique que Q_I est égal à Q_F (respectivement : Q_C).

Pour que la demande considérée soit cohérente, il faut et il suffit que : $Q_F = M(q_F, q_C, e) = Q_C$. D'autre part, pour que la demande considérée soit cohérente, il faut et il suffit que :

$$Q_F = Q_C$$

et, pour tout $q \in [0, Q_F]$,

$$\theta_C(q) - \theta_F(q) \geqslant e.$$

Nous dirons qu'un réseau d'échangeurs est autonome lorsqu'il permet de satisfaire la demande considérée, en respectant la contrainte $\Delta T \geqslant e$ et sans faire appel à des utilités. Le réseau se limite alors à un réseau interne.

La distinction entre les réseaux d'échangeurs qui seront déclarés autonomes et les autres est relative d'une part à la demande considérée, d'autre part à la valeur attribuée à e. Bien entendu, pour qu'il y ait au moins un réseau d'échangeurs autonome, il faut et il suffit que la demande considérée soit cohérente.

On notera que les notions de demande cohérente et de réseau autonome prennent un sens particulièrement fondamental lorsque e prend la value 0. (En effet, pour $e = 0$, une demande cohérente est une demande qui peut être satisfaite sans faire appel à des utilités, et un réseau autonome est un réseau qui peut la satisfaire de cette façon.) En sorte que, en-dehors de ce travail, pour éviter la référence implicite à une valeur de e, ces notions pourraient n'être employées que pour signifier ce sens particulièrement fondamental.

3. RESEAUX A CONTRE-COURANT

3.1. *Définition des réseaux à contre-courant et des réseaux à co-courant*

Nous dirons qu'un réseau est à contre-courant (respectivement à co-courant) lorsque pour tout passage d'un point de la surface d'échange à un autre (appartenant ou non au même échangeur) (T_{F1}, T_{C1}) désignant le couple des températures de part et d'autre du premier point, (T_{F2}, T_{C2}) désignant les couples des températures de part et d'autre du second point, la quantité :

$$(T_{F2} - T_{F1}) \cdot (T_{C2} - T_{C1})$$

est toujours $\geqslant 0$ (respectivement : $\leqslant 0$).

Remarquons que, pour qu'un réseau soit à contre-courant (respectivement : co-courant), il est nécessaire mais non suffisant qu'il soit composé d'échangeurs à contre-courant (respectivement à co-courant).

La Fig. 1 montre un cas où deux échangeurs chacun à contre-courant constituent un réseau qui n'est pas à contre-courant.

3.2. *Propriétés fondamentales des réseaux à contre-courant*

Dans ce travail, l'étude des possibilités de diminuer le nombre d'échangeurs sera fortement liée à l'étude des réseaux à contre-courant. Les raisons de cette

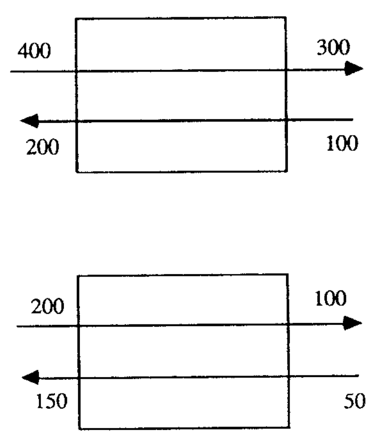

FIG. 1. Exemple de deux échangeurs à contre-courant qui ne constituent pas un réseau à contre-courant.

liaison sont contenues dans plusieurs propositions fondamentales concernant les réseaux de cette sorte.

Considérons une demande. Nous avons vu dans [1] que la fonction $e \rightarrow M(q_F, q_C, e)$ est en tout cas décroissante (au sens large) et continue à gauche. Il en résulte que l'ensemble des valeurs de e pour lesquelles la demande considérée est cohérente constitue, lorsqu'il pas vide, un intervalle de la forme $[0, e_{max}]$.

Pour toute valeur de e appartenant à cet intervalle, la demande peut être satisfaite dans au moins un réseau non seulement autonome mais de plus à contre-courant.

Notons aussi qu'en de nombreux cas de valeur attribuée à e et de demande cohérente, on peut concevoir non seulement un mais plusieurs (voire une infinité) réseaux autonomes à contre-courant.

En effet, deux éléments infinitésimaux de même importance (du point de vue du débit thermique échangé) de la surface d'échange d'un réseau autonome à contre-courant, peuvent être caractérisés l'un et l'autre par le même couple température chaude-température froide, et pourtant concerner deux courants chauds différents et/ou deux courants froids différents.

Dans ces conditions, le croisement des deux couplages courant chaud–courant froid, détermine un autre réseau, lui aussi autonome et lui aussi à contre-courant.

On montre que lorsque e varie de manière que la demande reste cohérente, l'ensemble des réseaux autonomes et à contre-courant reste toujours le même : l'ensemble des réseaux qui sont à contre-courant et qui évitent l'appel aux utilités.

Tous les réseaux appartenant à cet ensemble ont le même paramètre d'écart de température :

$$\operatorname*{Min}_{0 \leqslant q \leqslant Q_1} \{\theta_C(q) - \theta_F(q)\}.$$

Cette valeur coïncidant avec celle que nous notons e_{max}. Et ils ont tous le même facteur entropique d'aire d'échange égal à :

$$\int_0^{Q_1} \frac{dq}{\theta_C(q) - \theta_F(q)}.$$

Néanmoins, les divers réseaux qui appartiennent à cet ensemble peuvent différer nettement les uns des autres du point de vue du nombre d'échangeurs.

Lorsqu'on s'intéresse plus particulièrement aux demandes cohérentes, on montre.

Proposition 1. Pour toute valeur attribuée à e et toute demande cohérente, pour qu'un réseau autonome ait le paramètre d'écart de températures le plus grand possible, il suffit qu'il soit à contre-courant.

Proposition 2. Pour toute valeur attribuée à e et toute demande cohérente, pour qu'un réseau autonome ait le plus petit facteur entropique d'aire d'échange possible, il faut et il suffit qu'il soit à contre-courant.

Cette proposition ne fait que modifier (comme nous l'avions déjà fait dans [2]), et compléter un résultat obtenu par Nishida *et al.* [3], et qui peut s'énoncer :

pour $e = 0$; en tout cas de demande cohérente, dans l'hypothèse d'un coefficient d'échange unique (le même pour tous les échanges possibles compte tenu de la demande considérée), pour qu'un réseau autonome ait l'aire d'échange la plus petite possible, il est nécessaire qu'il soit à contre-courant.

Des propositions 1 et 2, qui ne concernent que les demandes cohérentes, on peut passer à des propositions qui concernent les demandes quelconques, en tenant compte des possibilités de choisir, dans le cas d'une demande quelconque, le partie de cette demande qui sera effectuée dans le réseau interne.

Une partie de la demande en réchauffements sera dite facile lorsqu'il n'en existe pas une qui ait le même débit thermique et une température de sortie (plus haute température concernée) inférieure. Une partie de la demande en refroidissements sera dite facile lorsqu'il n'en existe pas une qui ait le même débit thermique et une température de sortie (plus basse température concernée) supérieure.

Une partie de la demande composée de réchauffements et de refroidissements sera dite facile lorsqu'elle constitue une partie facile à la fois pour ce qui est des réchauffements et des refroidissements.

Proposition 3. Etant donnée une demande quelconque et une valeur Q telle : $0 \leqslant Q \leqslant Q_1$, pour qu'un réseau interne échangeant un débit thermique égal à Q ait le paramètre d'écart de température le plus grand possible, il suffit qu'il satisfasse les deux conditions suivantes :

être à contre-courant ;
effectuer une partie facile de la demande.

La proposition 3 découle de la proposition 1 (qu'elle généralise), lorsqu'on remarque que l'attribution, au réseau interne qui doit échanger un débit thermique égal à Q, d'une partie facile de la demande, permet d'augmenter autant qu'il est possible les températures du côté chaud et de diminuer autant qu'il est possible les températures du côté froid.

Proposition 4. Etant donnée une demande quelconque et une valeur Q telle : $0 \leqslant Q \leqslant Q_1$, pour qu'un réseau interne échangeant un débit thermique égal à Q ait le facteur entropique d'aire d'échange le plus petit possible, il faut et il suffit qu'il satisfasse les deux conditions suivantes :

être à contre-courant ;
effectuer une partie facile de la demande.

La proposition 4 découle de la proposition 2 (qu'elle généralise), compte tenu de la remarque qui permet de faire découler la proposition 3 de la proposition 1.

Bien que, d'une manière générale, on pourrait se contenter de retenir les propositions 3 et 4, dans la suite de ce travail, comme nous nous intéressons surtout aux demandes cohérentes, c'est surtout les propositions 1 et 2 qu'il faudra considérer.

4. CONSEQUENCES DE RESULTATS CONCERNANT LES RESEAUX A CONTRE-COURANT

4.1. *Conséquences des propriétés fondamentales des réseaux à contre-courant où la notion de réseau à contre-courant n'apparait pas*

En tenant compte de plusieurs propriétés de réseau à contre-courant, on peut obtenir des conséquences de ces propriétés où la notion de réseau à contre-courant n'apparaît plus. Remarquons d'abord une conséquence immédiate de la conjonction des propositions 1 et 2.

Proposition 5. Si un réseau autonome a le facteur entropique d'aire d'échange le plus petit possible, alors il a le plus grand paramètre d'écart de température possible.

On obtient aussi, comme conséquence immédiate de la conjonction de propositions 3 et 4, la proposition suivante qui généralise la précédente.

Proposition 6. Pour toute demande, si un réseau interne, échangeant un débit thermique égal à Q, a le facteur entropique d'aire d'échange le plus petit possible, alors il a le plus grand paramètre d'écart de température possible.

4.2. *Rôle que peut jouer le facteur entropique d'aire d'échange*

Les résultats obtenus jusqu'ici, et plus particulièrement les propositions 3, 4 et 6, permettent d'envisager le problème du compromis entre économie d'utilités et économie d'aire d'échange, d'une manière telle que la considération du paramètre d'écart de température soit complètement éliminé, au profit de la considération du facteur entropique d'aire d'échange.

Considérons une certaine demande.

Soient Q, φ, ΔT le débit thermique, le facteur entropique d'aire d'échange, le paramètre d'écart de température du sous-réseau interne d'un réseau variable parmi ceux qui peuvent satisfaire la demande considérée, sans être astreint à satisfaire nécessairement la contrainte $\Delta T \geqslant e$.

On remarquera que la contrainte que la demande soit satisfaite implique que l'on ait au moins $\Delta T \geqslant 0$. L'intérêt de considérer le paramètre ΔT, est le suivant :

(1) il constitue une représentation de l'aire d'échange du réseau interne, bien que cette représentation soit grossière ;

(2) on sait évaluer la plus grande valeur que peut prendre Q sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$. C'est la valeur : $M(q_F, q_C, e)$.

Or, d'une part le facteur entropique d'aire d'échange constitue une représentation de l'aire d'échange sans doute meilleure, d'une manière générale, que la paramètre d'écart de température. D'autre part, les résultats obtenus permettent de proposer une procédure d'évaluation, non pas de la plus grande valeur de Q sous la contrainte d'un φ donné (ΔT étant libre), mais plutôt de la plus petite valeur de φ sous la contrainte d'un Q donné (ΔT étant libre), astreint seulement à satisfaire :

$$Q \leqslant Q_1.$$

Sans entrer dans les détails disons que cette évaluation est possible en déterminant une partie de la demande qui soit :

facile ;
cohérente ;
prenant (par ses réchauffements) un débit thermique égal à Q ;
fournissant (par ses refroidissements) un débit thermique égal à Q.

Une telle partie de la demande sera représentée par les fonctions $\hat{q}_F$ et $\hat{q}_C$ qui seront déterminées par :

$$\hat{q}_F(T_F) = \mathrm{Min}\,(q_F(T_F), Q)$$

$$\hat{q}_C(T_C) = \mathrm{Min}\,(q_C(T_C), Q).$$

5. DIVISION DE LA DEMANDE IMPOSEE PAR L'EXIGENCE DE RECUPERATION OPTIMALE DE L'ENERGIE ET ETUDE DE DEMANDES STRICTEMENT COHERENTES

5.1. *Les couples limites*

Dans [2], nous avions appelé couple (de température) limite, tout couple (T_F, T_C) situé sur la droite Δ et tel que :

$$M(q_F, q_C, e) = q_F(T_F) + q_C(T_C). \qquad (1)$$

Nous avions indiqué que les couples limites, ainsi rigoureusement définis, correspondaient à ce que Linnhoff et Hindmarsh [4] appelle des 'pinchs'. Et que dans tout cas où les fonctions q_F et q_C sont continues, il y a au moins un couple limite. Or, dans certains cas (on en rencontre souvent parmi ceux où les fonctions q_F et q_C sont affines par morceaux sans être continues), la borne inférieure des valeurs prises par $q_F(T_F) + q_C(T_C)$, lorsque (T_F, T_C) décrit la droite Δ, peut ne pas être atteinte. En de tels cas, il n'y a pas de couple limite au sens qui vient d'être rappelé.

Nous avons remarqué qu'il était possible et nous avons jugé nécessaire de redéfinir les couples limites, de manière que les anciens restent, que de nouveaux apparaissent, et que pour toute demande et toute valeur attribuée à e, il y ait au moins un couple limite.

Pour cela, il suffit d'appeler couple limite, tout couple (T_F, T_C) situé sur la droite Δ et satisfaisant au moins l'une des deux conditions suivantes :

$$M(q_F^-, q_C, e) = q_F^-(T_F) + q_C(T_C) \qquad (2)$$

$$M(q_F, q_C^-, e) = q_F(T_F) + q_C^-(T_C). \qquad (3)$$

Avec cette nouvelle définition, la notion de couple limite est relative (comme elle l'était avec l'ancienne) à la demande considérée et à la valeur attribuée à e.

On montre qu'en tout cas, il existe au moins un couple limite.

On montre que si (T_F, T_C) est sur Δ, alors (1) implique non seulement (2) et (3), mais encore :

$$\text{la fonction } q_F \text{ est continue en } T_F \quad (4)$$

$$\text{la fonction } q_C \text{ est continue en } T_C. \quad (5)$$

Plus précisément, si (T_F, T_C) est sur Δ, alors (1) équivaut à la conjonction de (2), (3), (4) et (5).

Nous appellerons :

couples limites ordinaires, ceux qui satisfont (1) (ils correspondent à l'ancienne définition) ;
couples limites de type 'froid', ceux qui satisfont (2) ;
couples limites de type 'chaud' ceux qui satisfont (3).

Tout couple limite ordinaire est à la fois de type 'chaud' et de type 'froid'.

Si un couple limite (T_F, T_C) est de type 'chaud' sans être de type 'froid', alors ce n'est pas un couple limite ordinaire. La fonction q_C est discontinue en T_C. Parmi les fractions de refroidissements demandés, il y a au moins un refroidissement à la température constante T_C.

Si un couple limite (T_F, T_C) est de type 'froid' sans être de type 'chaud', alors ce n'est pas un couple limite ordinaire. La fonction q_F est discontinue en T_F. Parmi les fractions de réchauffements demandés, il y a au moins un réchauffement à la température constante T_F.

Si un couple limite (T_F, T_C) est à la fois de type 'chaud' et de type 'froid' sans être un couple limite ordinaire, alors la fonction q_F est discontinue en T_F et la fonction q_C est discontinue en T_C. Parmi les fractions de réchauffements demandés, il y a au moins un réchauffement à température constante T_F. Parmi les fractions de refroidissements demandés, il y a au moins un refroidissement à température constante T_C.

Remarquons qu'en ce dernier cas :

$$q_F(T_F) - q_F^-(T_F) = q_C(T_C) - q_C^-(T_C).$$

C'est dire que le débit thermique pris par les réchauffements à la température constante T_F est égal au débit thermique fourni par les refroidissements à la température constante T_C.

Cette remarque montre bien que les couples limites qui sont à la fois de type 'chaud' et de type 'froid' sans être des couples limites ordinaires, sont assez exceptionnels.

Evaluation de $Q_R(e)$ et identification des couples limites. Dans ce paragraphe, $s(T_F, T_C)$ désignera la somme :

$$q_F(T_F) + q_C(T_C).$$

$s^-(T_F, T_C)$ désignera la plus petite des deux sommes :

$$q_F^-(T_F) + q_C(T_C)$$

$$q_F(T_F) + q_C^-(T_C).$$

La nouvelle définition des couples limites suggère qu'au lieu d'évaluer $Q_R(e)$ comme la borne inférieure des valeurs que peut prendre $s(T_F, T_C)$ sous la contrainte $T_C - T_F = e$, on l'évalue plutôt comme la plus petite des valeurs que peut prendre $s^-(T_F, T_C)$ sous la même contrainte.

L'évaluation de $Q_R(e)$ devient alors quelque chose de très proche de l'identification des couples limites. Cette procédure d'évaluation de $Q_R(e)$ est particulièrement indiquée pour couvrir tous les cas où les fonctions q_F et q_C sont affines par morceaux sans être nécessairement continues. En un tel cas, en effet, pour obtenir $Q_R(e)$ il n'est pas nécessaire d'essayer tous les couples (T_F, T_C) situés sur la droite Δ, il suffit d'essayer parmi ces couples, ceux qui sont remarquables en ce sens qu'ils manifestent une discontinuité ou un changement de pente de la fonction q_F ou de la fonction q_C. On obtient alors une procédure d'évaluation de $Q_R(e)$ qui généralise celle proposée par Linnhoff et Flower dans [5], dont nous avions établi la validité dans [2], en ce sens que l'hypothèse de continuité n'est plus nécessaire, celle d'affinité par morceaux étant suffisante.

5.2. *Trois bilans thermiques fondamentaux*

L'intérêt de la notion de couple limite apparaît surtout dans certains bilans thermiques, comme ceux qui ont conduit Linnhoff aux 'pinchs principles' [4], qui lient la récupération d'énergie à d'autres caractéristiques énergétiques du réseau considéré.

Un tel bilan avait été présenté dans [2]. Cette nouvelle définition des couples limites nous oblige à en considérer d'autres. Pour toute valeur attribuée à e, pour toute demande, pour tout réseau satisfaisant cette demande, pour tout point (T_F, T_C) de la droite Δ, on a les trois relations suivantes :

$$D = U_C(T_F) + U_F(T_C) + V(T_F, T_C) - C(T_F, T_C) - W(T_F, T_C) \quad (6)$$

$$D = U_C(T_F) + U_F^-(T_C) + V^{+-}(T_F, T_C) - C^{-+}(T_F, T_C) - W^{+-}(T_F, T_C) \quad (7)$$

$$D = U_C^-(T_F) + U_F(T_C) + V^{-+}(T_F, T_C) - C^{+-}(T_F, T_C) - W^{-+}(T_F, T_C). \quad (8)$$

D désigne le défaut de récupération d'énergie (relatif à e) du réseau considéré, défini (voir [2]) en posant qu'il vaut :

$$D = M(q_F, q_C, e) - Q.$$

Q désignant le paramètre de récupération d'énergie de ce réseau, c'est-à-dire le débit thermique échangé dans le sous-réseau interne. Ce terme D mesure donc jusqu'à quel point le réseau considéré échoue à obtenir la récupération optimale de l'énergie sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$. $U_C(T_F)$ (respectivement : $U_C^-(T_F)$) désigne le débit thermique fourni, dans ce réseau, par les utilités chaudes à des courants froids se trouvant à des températures $\leqslant T_F$ (respectivement : $< T_F$). $U_F(T_C)$ (respectivement : $U_F^-(T_C)$) désigne le débit thermique pris, dans ce réseau, par les utilités froides à des courants chauds se trouvant à des températures $\geqslant T_C$ (respectivement: $> T_C$). $V(T_F, T_C)$ (respectivement: $V^{+-}(T_F, T_C)$, $V^{-+}(T_F, T_C)$) désigne le débit thermique échangé, dans ce réseau, entre des courants froids se trouvant à des températures $\leqslant T_F$ (respectivement: $\leqslant T_F$, $< T_F$) et des courants chauds se trouvant à des températures $\geqslant T_C$ (respectivement: $> T_C$, $\geqslant T_C$). $C(T_F, T_C)$ (respectivement: $C^{-+}(T_F, T_C)$, $C^{+-}(T_F, T_C)$) désigne le débit thermique échangé, dans ce réseau, entre des courants froids se trouvant à des températures $> T_F$ (respectivement: $> T_F$, $\geqslant T_F$) et des courants chauds se trouvant à des températures $< T_C$ (respectivement: $\leqslant T_C$, $< T_C$).

Si le réseau considéré respecte la contrainte $\Delta T \geqslant e$, alors:

$$0 = C(T_F, T_C) = C^{-+}(T_F, T_C) = C^{+-}(T_F, T_C).$$

$W(T_F, T_C)$, $W^{+-}(T_F, T_C)$, $W^{-+}(T_F, T_C)$ désignent les termes définis en posant:

$$W(T_F, T_C) = q_F(T_F) + q_C(T_C) - M(q_F, q_C, e)$$

$$W^{+-}(T_F, T_C) = q_F(T_F) + q_C^-(T_C) - M(q_F, q_C^-, e)$$

$$W^{-+}(T_F, T_C) = q_F^-(T_F) + q_C(T_C) - M(q_F^-, q_C, e).$$

Ces trois termes ne dépendent pas du réseau considéré, ils dépendent seulement de la valeur attribuée à e, de la demande considérée, et du couple (T_F, T_C) considéré sur la droite Δ. $W(T_F, T_C)$ est toujours $\geqslant 0$, et s'annule si et seulement si (T_F, T_C) est un couple limite ordinaire. $W^{+-}(T_F, T_C)$ est toujours $\geqslant 0$, et s'annule si et seulement si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'chaud'. $W^{-+}(T_F, T_C)$ est toujours $\geqslant 0$ et s'annule si et seulement si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'froid'.

Lorsque la fonction q_C est continue en T_C, les termes de (7) coïncident avec les termes correspondants de (6), lorsque la fonction q_F est continue en T_F, les termes de (8) coïncident avec les termes correspondants de (6).

Lorsque la demande considérée est cohérente, et lorsque le réseau considéré est autonome, les relations (6), (7) et (8) deviendront, respectivement:

$$D = V(T_F, T_C) - W(T_F, T_C)$$

$$D = V^{+-}(T_F, T_C) - W^{+-}(T_F, T_C)$$

$$D = V^{-+}(T_F, T_C) - W^{-+}(T_F, T_C).$$

5.3. *Règles d'attributions des tranches de la demande déterminées par un couple limite*

Puisque tous les termes des relations (6), (7) et (8) sont $\geqslant 0$. On peut déduire diverses conclusions plus précises que les 'pinchs principles'.

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'chaud' (qu'il soit ou non ordinaire), c'est-à-dire si $W^{+-}(T_F, T_C) = 0$, et si le réseau considéré respecte la contrainte $\Delta T \geqslant e$, en sorte que $C^{-+}(T_F, T_C) = 0$, alors, pour que ce réseau corresponde à la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$, il faut et il suffit que:

$$0 = U_C(T_F) = U_F^-(T_C) = V^{+-}(T_F, T_C).$$

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'froid' (qu'il soit ou non ordinaire), c'est-à-dire si $W^{-+}(T_F, T_C) = 0$, et si le réseau considéré respecte la contrainte $\Delta T \geqslant e$, en sorte que $C^{+-}(T_F, T_C) = 0$. Alors, pour que ce réseau corresponde à la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$, il faut et il suffit que:

$$0 = U_C^-(T_F) = U_F(T_C) = V^{-+}(T_F, T_C).$$

Lorsqu'on n'introduit plus le respect de la contrainte $\Delta T \geqslant e$ dans les hypothèses, on obtient des conditions nécessaires, mais qui ne sont pas suffisantes pour la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$.

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'chaud', alors, pour que le réseau considéré corresponde à la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$, il faut que l'on ait:

$$0 = U_C(T_F) = U_F^-(T_C) = V^{+-}(T_F, T_C) = C^{-+}(T_F, T_C). \quad (9)$$

Sont donc proscrits les échanges de l'un des types suivants:

utilité chaude $\rightarrow \leqslant T_F$

$> T_C \rightarrow$ utilité froide

$> T_C \rightarrow \leqslant T_F$

$\leqslant T_C \rightarrow > T_F$.

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'froid', alors, pour que le réseau considéré corresponde à la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$, il faut que l'on ait:

$$0 = U_C^-(T_F) = U_F(T_C) = V^{-+}(T_F, T_C) = C^{+-}(T_F, T_C). \quad (10)$$

Sont donc proscrits les échanges de l'un des types suivants:

utilité chaude $\rightarrow < T_F$

$\geqslant T_C \rightarrow$ utilité froide

$\geqslant T_C \rightarrow < T_F$

$< T_C \rightarrow \geqslant T_F$.

On est alors amené à associer à chaque (T_F, T_C) qui est un couple limite de type 'chaud' (respectivement de type 'froid') la division de la demande en deux tranches, selon les températures concernées, qu'il détermine comme suit.

Dans une tranche inférieure: fractions de réchauffements demandés concernées par les températures $\leqslant T_F$ (respectivement $< T_F$) et fractions de refroidissements demandés concernées par les températures $\leqslant T_C$ (respectivement $< T_C$).

Dans une tranche supérieure: fractions de réchauffements demandés concernées par les températures $> T_F$ (respectivement $\geqslant T_F$) et fractions de refroidissements demandés concernées par les températures $> T_C$ (respectivement $\geqslant T_C$).

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'chaud' sans être de type 'froid', nous avons vu en 5.1 que, parmi les fractions des refroidissements demandés, il y a des refroidissements à la température constante T_C. Nous voyons maintenant qu'ils sont mis dans la tranche inférieure de la seule division déterminée par ce couple limite.

Si (T_F, T_C) est un couple limite de type 'froid' sans être de type 'chaud', nous avons vu en 5.1 que, parmi les fractions des réchauffements demandés, il y a des réchauffements à la température constante T_F. Nous voyons maintenant qu'ils sont mis dans la tranche supérieure de la seule division déterminée par ce couple limite.

Si (T_F, T_C) est un couple limite ordinaire, alors aucune fraction d'un réchauffement demandé ne se fait à la température constante T_F, aucune fraction d'un refroidissement demandé ne se fait à la température constante T_C. Ainsi, en ce cas, bien que (T_F, T_C) soit un couple limite à la fois dc type 'froid', et de type 'chaud', la division de la demande déterminée par (T_F, T_C) considérée comme couple limite de type 'chaud', coïncide avec celle déterminée par (T_F, T_C) considéré comme couple limite de type 'froid'. Autrement dit, dans ce cas comme dans les deux cas précédents, le couple limite (T_F, T_C) détermine une seule division de la demande.

Plaçons-nous enfin dans le cas le plus délicat: celui où (T_F, T_C) est un couple limite à la fois de type 'chaud' et de type 'froid', sans être cependant un couple limite ordinaire.

En ce cas, nous avons vu en 5.1 que, parmi les fractions des refroidissements demandés, il y a des refroidissements à la température constante T_C, et que, parmi les fractions des réchauffements demandés, il y a des réchauffements à température constante T_F. Nous voyons maintenant que le couple limite (T_F, T_C) détermine deux divisions de la demande qui diffèrent l'une de l'autre en cela que les réchauffements sans variation de température à T_F et les refroidissements sans variation de température à T_C, sont mis dans la tranche inférieure par la division relative à (T_F, T_C) considérée comme couple limite de type 'chaud', tandis qu'ils sont mis dans la tranche supérieure par la division relative à (T_F, T_C) considérée comme couple limite de type 'froid'.

A toute division de la demande, associée à un couple limite de type 'chaud' on à un couple limite de type 'froid', se trouvent associées les trois règles suivantes qui doivent être respectées pour pouvoir obtenir la récupération d'énergie optimale sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$.

(1) Un échange ente une utilité froide et un courant chaud n'est permis que si ce courant chaud figure dans la tranche inférieure. S'il y a plusieurs couples limites, cette règle implique que les utilités froides soient réservées pour les courants chauds de la tranche inférieure au couple limite le plus à gauche sur la droite Δ (en regardant ce couple limite, s'il est de type 'chaud' et de type 'froid', comme étant du type 'froid').

(2) Un échange entre une utilité chaude et un courant froid n'est permis que si ce courant froid figure dans la tranche supérieure. S'il y a plusieurs couples limites, cette règle implique que les utilités chaudes soient réservées pour les courants froids de la tranche supérieure du couple limite le plus à droite sur la droite Δ (en regardant ce couple limite, s'il est de type 'chaud' et de type 'froid', comme étant du type 'chaud').

(3) Un échange entre un courant chaud et un courant froid n'est permis que si l'un et l'autre figurent dans la même tranche.

Bien entendu, ces règles ne sont imposées que dans la mesure où l'on exige la récupération optimale de l'énergie sous la contrainte $\Delta T \geqslant e$. Lorsqu'on n'exige pas cela, c'est-à-dire lorsqu'on n'exige pas l'annulation du défaut de récupération d'énergie, alors les relations (6), (7) et (8) présentées au paragraphe 5.2 peuvent être employées en vue de limiter ce défaut.

Finalement, la demande se trouve divisée en tranches successives déterminées par les divers points de la droite Δ qui représentent des couples limites.

Il est possible que l'une des deux tranches déterminées par un couple limite soit vide, on dira alors que ce couple limite est ineffectif.

Avec une demande cohérente pour ce qui est des réchauffements, tous les points situés suffisamment à droite sur Δ sont des couples limites ineffectifs. Avec une demande cohérente pour ce qui est des refroidissements, tous les points situés suffisamment à gauche sur Δ sont des couples limites ineffectifs. Mais endehors des deux circonstances que nous venons de signaler, les couples limites, qu'ils soient considérés comme de type 'chaud' (lorsque cela est possible), ou qu'ils soient considérés comme de type 'froid' (lorsque cela est possible), sont toujours effectifs, conduisent toujours à une division de la demande en deux parties non vides.

Il est possible également que (T_{F1}, T_{C1}) et (T_{F2}, T_{C2}) soient deux couples limites mais tels que la tranche qu'ils déterminent soit vide.

On montre que cela peut se produire dans trois sortes de circonstances.

(1) Lorsque la tranche inférieure associée à (T_{C2}, T_{F2}) est vide. On est alors dans un cas où la demande considérée est cohérente pour ce qui est de refroidissements et où les deux couples limites considérés sont ineffectifs car situés, l'un et l'autre, trop à gauche sur Δ.

(2) Lorsque la tranche supérieure associée à (T_{C1}, T_{F1}) est vide. On est alors dans un cas où la demande considérée est cohérente pour ce qui est des réchauffements et où les deux couples limites considérés sont ineffectifs car situés, l'un et l'autre, trop à gauche sur Δ.

(3) Dans certains cas où ni la tranche inférieure associée à (T_{C2}, T_{F2}) ni la tranche supérieure associée à (T_{C1}, T_{F1}) ne sont vides.

Les deux couples limites considérés sont alors effectifs, mais ni les températures concernées par les réchauffements demandés, ni les températures concernées par les refroidissements demandés, ne constituent un intervalle.

La première circonstance ne peut se rencontrer lorsque $M(q_F, q_C, e) \neq Q_C$, la seconde ne peut se rencontrer lorsque $M(q_F, q_C, e) \neq Q_F$ et la troisième ne peut se rencontrer lorsque la fonction q_F est strictement croissante sur $[T_{EF}, T_{SF}]$ et la fonction q_C est strictement décroissante sur $[T_{SC}, T_{EC}]$.

Quoi qu'il en soit : la tranche inférieure à un couple limite est toujours cohérente pour ce qui est des réchauffements, la tranche supérieure à un couple limite est toujours cohérente pour ce qui est des refroidissements, la tranche comprise entre deux couples limites est toujours cohérente.

5.4. *Demandes strictement cohérentes*

Pour tout couple (T_F, T_C) situé sur la droite Δ, nous désignerons par $W_0(T_F, T_C)$ la plus petite des deux valeurs :

$$W^{-+}(T_F, T_C), W^{+-}(T_F, T_C).$$

$W_0(T_F, T_C)$ vaut donc : $s^-(T_F, T_C) - M(q_F, q_C, e)$ où $s^-(T_F, T_C)$ désigne les plus petites des deux sommes :

$$q_F^-(T_F) + q_C(T_C)$$

$$q_F(T_F) + q_C^-(T_C).$$

Pour qu'un couple (T_F, T_C) situé sur la droite Δ soit un couple limite, il faut et il suffit que $W_0(T_F, T_C) = 0$.

Nous venons de voir que, dans le cas où il y a plusieurs couples limites, l'exigence de récupération optimale de l'énergie, peut imposer plusieurs divisions effectives de la demande. Nous n'avions pas, dans [2], accordé beaucoup d'importance à cette possibilité, car nous considérions qu'elle correspond à des cas trop exceptionnels. Mais il nous est apparu ensuite qu'en pratique il n'y a pas lieu de distinguer, parmi les points (T_F, T_C) de la droite Δ, ceux pour lesquels $W_0(T_F, T_C)$ est rigoureusement nul (c'est-à-dire ceux qui sont des couples limites) de ceux pour lesquels $W_0(T_F, T_C)$ est suffisamment petit.

Il se pourrait que, compte tenu de diverses incertitudes d'origine expérimentale, cette distinction n'ait pas de sens physique. C'est donc l'ordre de grandeur de $W_0(T_F, T_C)$ et, plus précisément, la comparaison entre l'ordre de grandeur de $W_0(T_F, T_C)$ et celui de $M(q_F, q_C, e)$, que l'on doit considérer comme significatif. A cause de cela, les cas où il y a plusieurs couples limites deviennent, tout exceptionnels qu'ils soient, intéressants en tant qu'ils sont les représentants idéaux des cas, sans doute beaucoup moins exceptionnels où, lorsque le couple (T_F, T_C) décrit la droite Δ, sur des intervalles entiers de cette droite, $W_0(T_F, T_C)$ est relativement petit devant $M(q_F, q_C, e)$.

On est alors naturellement amené à s'intéresser aux cas extrêmes où tout point de la droite Δ est une couple limite. Ce sont les représentants idéaux des cas où, lorsque le point (T_F, T_C) décrit la droite Δ, $W_0(T_F, T_C)$ reste constamment petit devant $M(q_F, q_C, e)$.

Pour (T_F, T_C) suffisamment à gauche sur la droite Δ :

$$W_0(T_F, T_C) = Q_C - M(q_F, q_C, e).$$

Pour (T_F, T_C) suffisamment à droite sur la droite Δ :

$$W_0(T_F, T_C) = Q_F - M(q_F, q_C, e).$$

Il en résulte que les cas extrêmes où tout point de la droite Δ est un couple limite, sont nécessairement des cas où :

$$Q_F = M(q_F, q_C, e) = Q_C$$

c'est-à-dire des cas de demande cohérente.

Dans la suite, pour distinguer une telle demande extrême, d'une demande cohérente quelconque, nous dirons qu'il s'agit d'une demande strictement cohérente. Bien entendu, la notion de demande strictement cohérente est, comme celle de demande cohérente, relative à la valeur attribuée à e. Mais, une différence notable est que lorsqu'une demande est cohérente pour une certaine valeur de e, elle reste cohérente lorsque e diminue. Tandis qu'une demande strictement cohérente pour une certaine valeur de e n'est plus strictement cohérente lorsque e diminue. Cela constitue encore un trait qui montre combien le cas des demandes strictement cohérentes est un cas idéal.

On montre qu'avec une demande strictement cohérente, tout couple (T_F, T_C) pris sur la droite Δ est un couple limite à la fois de type 'chaud' et de type 'froid', lorsque de plus les fonctions q_F et q_C sont continues, alors tout couple (T_F, T_C) pris sur la droite Δ est un couple limite ordinaire.

Les demandes strictement cohérentes peuvent être caractérisées aussi au moyen des fonctions θ_C et θ_F.

Pour que la demande considérée soit strictement cohérente, il faut et il suffit que,

$$Q_F = Q_C \quad \text{et,}$$

pour tout $q \in [0, Q_F]$, $\theta_C(q) - \theta_F(q) = e$.

On montre qu'avec une demande strictement cohérente, tout réseau autonome est nécessairement un réseau à contre-courant.

Ici comme ailleurs, nous ne donnerons pas de démonstrations détaillées. On remarquera cependant que l'obligation du contre-courant est la limite de l'obligation d'effectuer les uns par les autres les réchauffements et réchauffements de la tranche comprise entre deux couples limites, lorsque la division en tranche déterminée par les couples limites devient une division en tranches infinitésimales.

5.5. *Demandes scindées et facteur de liberté de choix des couplages*

Nous dirons que la demande considérée est scindée lorsque :

$$T_{SC} - T_{SF} \geqslant e.$$

Qualitativement, une demande scindée est une demande où les températures concernées par les réchauffements demandés sont nettement inférieures à celles concernées par les refroidissements demandés. Il est évident que toute demande scindée est une demande semi-cohérente.

D'autre part, avec une telle demande, n'importe quelle fraction d'un réchauffement demandé prenant un certain débit thermique peut être couplée avec n'importe quelle fraction d'un refroidissement demandé fournissant ce débit thermique. La contrainte $\Delta T \geqslant e$ se trouve toujours respectée.

Cette liberté de choix, qui est tout-à-fait à l'opposé de l'exigence d'un contre-courant (elle permet, en particulier, un réseau autonome et à co-courant), permet de considérer le cas des demandes scindées comme le cas extrême opposé à celui des demandes strictement cohérentes.

Désignons par q'_F et q'_C les fonctions dérivées (générlement discontinues mais intégrables) des fonctions q_F et q_C.

Et posons :

$$\sigma = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |q'_F(T_F)+q'_C(T_F+e)| \, dT_F}{Q_F+Q_C} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |q'_F(T_C-e)+q'_C(T_C)| \, dT_C}{Q_F+Q_C}.$$

Il est assez aisé de vérifier les points suivants. σ ne dépend que de la demande considérée et de la valeur de e considérée. Dans le cas d'une demande strictement cohérente $\sigma = 0$, dans le cas d'une demande scindée $\sigma = 1$, et dans tous les autres cas $0 < \sigma \leqslant 1$.

Compte tenu de ce que nous avons vu sur les possibilités de couplage dans chacun des deux cas extrêmes, nous proposons d'appeler σ : le facteur de liberté de choix de couplage (pour la demande considérée et la valeur de e considérée).

L'importance de ce facteur apparaîtra mieux dans la deuxième partie.

REFERENCES

1. C. Guiglion, S. Domenech et L. Pibouleau, Récupération optimale de l'énergie dans les réseaux d'échangeurs de chaleur—I. Etude théorique, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32,** 243–250 (1989).
2. C. Guiglion, S. Domenech, L. Pibouleau et M. Belkebir, Récupération optimale de l'énergie dans les réseaux d'échangeurs de chaleur—II. Etude de cas particuliers et classification des réseaux possibles, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32,** 251–260 (1989).
3. N. Nishida, S. Kobayashi and A. Ichikawa, Optimal synthesis of heat exchange systems. Necessary conditions for minimum heat transfer area and their application to system synthesis, *Chem. Engng Sci.* **26,** 1841–1856 (1971).
4. B. Linnhoff and E. Hindmarsh, The pinch design method for heat exchanger networks, *Chem. Engng Sci.* **38,** 745–763 (1983).
5. B. Linnhoff and J. A. Flower, Synthesis of heat exchanger networks, *A.I.Ch.E. Jl* **24,** 633–642 (1978).

THERMODYNAMICS OF HEAT EXCHANGER NETWORKS AND POSSIBILITIES TO REDUCE THE HEAT EXCHANGER NUMBER IN THESE NETWORKS—I. THERMODYNAMICS OF HEAT EXCHANGER NETWORKS

Abstract—Based on some simplifications, a general and rigorous approach of the heat exchanger network problem is presented in this paper. The basic concepts, particularly a new rigorous definition of pinch points ensuring in any case the existence of at least a pinch point, are detailed. In order to reduce the number of heat exchangers the general properties of heat counter-current exchanger networks are given. The new definition of pinch points leads to an original study of pinch principles imposed by the optimal energy recovery under the classical constraint $\Delta T \geqslant e$. It is proved that some warming up or cooling demands, called strictly consistent demands, can be satisfied under the constraint $\Delta T \geqslant e$ and without using utilities, only in counter-current networks.

DIE THERMODYNAMIK VON WÄRMETAUSCHERNETZWERKEN UND MÖGLICHKEITEN ZUR REDUZIERUNG IHRER GRÖSSE—I. THERMODYNAMIK DES NETZWERKS

Zusammenfassung—In der vorgelegten Arbeit wird aufgrund einiger Vereinfachungen ein allgemeingültiger und strenger Ansatz für das Problem von Wärmetauschernetzwerken präsentiert. Das Grundkonzept wird beschrieben, insbesondere eine neue strenge Definition von Kriterien, die sicherstellt, daß in jedem Fall wenigstens ein Kriterium existiert. Mit dem Ziel die Anzahl der Wärmeaustauscher zu reduzieren, werden allgemeine Eigenschaften von Netzwerken aus Gegenstromwärmeaustauschern angegeben. Die neue Definition von Kriterien führt zu einer Untersuchung der Prinzipien, die durch optimale Energierückgewinnung unter der klassichen Vorgabe $\Delta T \geqslant e$ auferlegt sind. Es zeigt sich, daß einige Aufwärm- oder Abkühl-Forderungen, die als konsistente Forderungen bezeichnet werden, unter der Vorgabe $\Delta T \geqslant e$ befriedigt werden können und zwar ohne Verwendung von weiteren Energiebetrieben nur mit Hilfe von Gegenstromnetzwerken.

ТЕРМОДИНАМИКА СИСТЕМЫ ТЕПЛООБМЕННИКОВ И ВОЗМОЖНОСТЬ СНИЖЕНИЯ ИХ ЧИСЛА В СИСТЕМАХ—I. ТЕРМОДИНАМИКА СИСТЕМЫ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

Аннотация—На основе некоторых упрощений предложен общий и точный подход к решению задачи о системе теплообменников. Детализируются основные понятия, в частности, дано новое строгое определение точек перфорирования. С целью снижения числа теплообменников в системе дается описание общих свойств систем противоточных теплообменников. Новое определение точек перфорирования позволяет провести своеобразное исследование его основ с учетом восстановления оптимальной энергии при классическом ограничении $\Delta T \geqslant e$. Доказано, что некоторые требования, предъявляемые к процессу нагревания или охлаждения, называемые строго согласованными требованиями, можно удовлетворить только в системах противоточных теплообменников при $\Delta T \geqslant e$ без привлечения дополнительных средстве.